

Modelowanie ruchu kropel paliwa, rozpylenia i parowania podczas przepływu burzliwego

Prezentowany artykuł przedstawia numeryczne studium parowania kropel wtryskiwanych bezpośrednio w turbulentny strumień powietrza. Dotychczas stworzono kilkanaście różnych modeli, więcej lub mniej udanych, które opisują to zjawisko, lecz wszystkie bazują na wtrysku do nieruchomego otoczenia. Podstawowym celem autora było zastosowanie rozwinięcia Eulera/Lagrange'a do opisania: ruchu kropel paliwa, ich rozpylenia, parowania i połączenia obu procesów, tak jak to się dzieje w rzeczywistości w komorze spalania, gdzie występuje: zawirowanie typu swirl (zawirowanie osiowe), tumble (zawirowanie promieniowe) oraz squish (wyciskające działanie tłoka) lub przepływ krzyżowy w turbinach. W tym artykule metoda opracowana na potrzeby badania izotermicznego rozpadu turbulentnego została rozszerzona o fazę parowania kropel wtryskiwanych do przepływu krzyżowego, a następnie przeanalizowano wyniki otrzymane przy użyciu dwóch różnych modeli parowania.

Warunki konwekcji opisano przy użyciu modelu hybrydowego albo modelu wyższego rzędu Leonarda QUICK, natomiast fazę rozpylenia opisano w oparciu o model Lagrange'a. Szczegółowo przeanalizowano różnice istniejące zarówno pomiędzy dwoma wspomnianymi modelami parowania, jak i pomiędzy ich użytecznością w badaniu wtrysku paliwa do zaburzonego przepływu.

W fazie podgrzewania, w modelu Chena i Pereiry [1], przepływ krzyżowy przenosi krople na dużą odległość od wtryskiwacza, podczas gdy w modelu Sommerfelda, zgodnie ze wzorem na parowanie, średnica kropel podlega ciągłej zmianie, co w rezultacie zasadniczo modyfikuje wyniki z tego względu, że wielkość cząstek (kropel) istotnie wpływa na występujący przepływ ciepła i zaburzone rozpylenie. W konsekwencji, średnice kropel, temperatura i rozkład masy okazały się zależne od użytego modelu parowania. Stąd powstała konieczność stworzenia nowego modelu, który uwzględniałby także przemieszczenie parujących kropli, i który umożliwiałby symulację układów rzeczywistych. Ponadto, w celu lepszej oceny i poprawy modeli parowania jest konieczne dokładniejsze wyznaczanie wartości w układzie trójwymiarowym.

Słowa kluczowe: wtrysk burzliwy, parowanie, system wtrysku paliwa

On the modeling of droplet transport, dispersion and evaporation in turbulent flows

The present paper presents a numerical study on evaporating droplets injected through a turbulent cross-stream. Several models have been used with more or less success to describe similar phenomena, but much of the reported work deals only with sprays in stagnant surroundings. The ultimate goal of this study is to develop an Eulerian/Lagrangian approach to account for turbulent transport, dispersion, evaporation and coupling between both processes in practical spray injection systems, which usually include air flows in the combustion chamber like swirl, tumble and squish in I.C. engines or crossflow in gas turbines. In this work a method developed to study isothermal turbulent dispersion is extended to the case of an array of evaporating droplets through a crossflow, and the performance of two different evaporation models widely used is investigated.

The convection terms were evaluated using the hybrid or the higher order QUICK scheme. The dispersed phase was treated using a Lagrangian reference frame. The differences between the two evaporation models and its applicability to the present flow are analysed in detail.

During the preheating period of the Chen and Pereira [1] model the droplets are transported far away from the injector by the crossflow, while with the Sommerfeld [2] formulation for evaporation the droplet has a continuous variation of the diameter. This result has profound implications on the results because the subsequent heat transfer and turbulent dispersion is extremely affected by the size of the particles (or droplets). As a consequence, droplet diameter, temperature and mass fraction distributions were found to be strongly dependent on the evaporation model used. So, a new formulation that takes into account also the transport of the evaporating droplets needs to be developed if practical injection systems are to be simulated. Also, in order to better evaluate and to improve the vaporization models more detailed measurements of three-dimensional configurations are required.

Key words: turbulent sprays, evaporation, fuel injection systems

Wstęp

Skuteczne rozpylenie strugi paliwa zapewniające właściwe parowanie i spalanie, pozwala zmniejszyć emisję NO_x i CO_2 . Warunki w jakich następuje wtrysk paliwa, rozpylenie, parowanie i spalanie wpływają na stabilność procesu spalania, jego efektywność oraz tworzenie się substancji

Introduction

The efficient use of sprays leading to proper evaporation/combustion reduces pollutants by decreasing NO_x and CO_2 emissions. The conditions of the introduction of the spray injection, dispersion, vaporization, and burning of the fuel affect the combustion stability, efficiency, and pollutant

szkodliwych [3]. W szczególności jakość spalania oraz poziom emisji są zdeterminowane przez aerodynamiczną sprawność rozpylenia paliwa i mieszania go z powietrzem w komorze spalania, przez oczekiwany poziom temperatury i przez odpowiedni przebieg jej zmian. Ogromną uwagę przywiązuje się do procesu powstawania tlenków azotu, dwutlenku węgla, tlenku węgla, sadzy oraz niespalonych węglowodorów. Jeszcze w pełni nie ustalono warunków rozpylenia paliwa najkorzystniejszych do optymalizacji kształtu komory spalania, przez co zaprojektowanie optymalnej konstrukcji urządzeń przemysłowych, wykorzystujących w swym działaniu proces spalania, następuje z trudnością od samego początku; wszystkie dane empiryczne uzyskane w toku badań pracy tych urządzeń okazały się trudne do uogólnienia i ekstrapolacji. W konsekwencji, inżynierom potrzebne są metody przewidywania oparte na wiedzy teoretycznej w nadziei, że okażą się one niezawodnymi metodami dającymi się wykorzystać do komputerowo wspomaganego projektowania silników i komór spalania. Dlatego też w ubiegłym roku zdecydowanie wzrosło zainteresowanie matematycznym modelowaniem rozpylenia paliwa i procesami spalania. Celem tych modeli jest określenie oddziaływania wszystkich parametrów, które mają wpływ na spalanie. Jeśli chodzi o własności kropeł, to wśród parametrów wpływających na spalanie można wymienić rozkład kropeł średniej wielkości w każdym punkcie strugi paliwa, rozkład prędkości kropeł, zależność prędkości kropeł paliwa od prędkości powietrza, przestrzenne i czasowe zagęszczenie kropeł w strudze paliwa oraz ich temperatura [4].

Parowanie kropeł w strudze paliwa polega na jednoczesnych procesach przepływu masy i ciepła, podczas których ciepło potrzebne do parowania przepływa z otaczającego ciepłego gazu do powierzchni kropeł na skutek przewodnictwa i konwekcji; para przenoszona jest z powrotem do strumienia gazu poprzez konwekcję i dyfuzję. Całkowita szybkość parowania zależy od ciśnienia, temperatury i własności przemieszczającego się gazu, od temperatury, lotności i średnicy kropeł w strudze oraz od stosunku prędkości kropeł od prędkości otaczającego gazu [4-6].

Godsave [7] i Spalding [8] przedstawili podstawowy model parowania/spalania dla pojedynczej i wyizolowanej kropli w nieruchomym otoczeniu. Od tego czasu model ten był szeroko badany eksperymentalnie i poddawany teoretycznej analizie. W ciągu kilku ostatnich dekad te badania i analizy zostały zweryfikowane przez kilku autorów (np.: Williams [9], Faeth [10], Lefebvre [11], Law [12] i Sirignano [13]), i były poświęcone przede wszystkim dynamice pojedynczej kropli.

Jeżeli pod szczególną zwróci się na odchyloną strugę paliwa, wówczas praktycznie żadne badania numeryczne lub eksperymentalne nie są możliwe. Niedawno Bai i in. [14] przedstawili najbardziej znaczące badania numeryczne strugi benzyny w tunelu aerodynamicznym z wykorzystaniem eksperymentów Arcoumanis i in. [15], chociaż skoncentrowali się w nich głównie na modelu przebiegu uderzenia strugi.

Prezentowany artykuł poświęcony jest badaniu rozpylenia i parowania kropeł w zaburzonych dwufazowych strumieniach

formacji [3]. In particular, aerodynamic efficiency of redistribution and mixing of the fuel and air in the combustion chamber, and the desired temperature level and proper temperature profile, determine the quality of the combustion and the levels of emissions generated. Of particular concern are the formation of the oxides of nitrogen, carbon dioxide, carbon monoxide, soot, and unburned hydrocarbons. It is not yet completely clear what the most favorable spray conditions should be to optimize combustor performance, and thus, from the beginning of the building of industrial devices where combustion occurs, their optimal design has always posed difficulties: all the empirical findings about them have been found difficult to generalize or extrapolate. Consequently, prediction methods based on theoretical knowledge are needed and expected by engineers, with the hope that they will constitute reliable methods for computer aided design of engines, burners, etc. Therefore, during the last years, the interest in the mathematical modeling of fuel atomization and combustion processes has increased considerably. The aim of such models is to define the effects of all parameters that influence the combustion process. Regarding drop properties, some of these parameters are the mean drop size distribution at each location within the spray plume, drop velocity distribution, drop velocity relative to the air velocity, drop number density (spatial and temporal), and drop temperature [4].

The evaporation of droplets in a spray involves simultaneous heat and mass transfer processes in which the heat for evaporation is transferred to the drop surface by conduction and convection from the surrounding hot gas, and vapor is transferred by convection and diffusion back into the gas stream. The overall rate of evaporation depends on the pressure, temperature, and transport properties of the gas; the temperature, volatility and diameter of the drops in the spray; and the velocity of the drops relative to that of the surrounding gas [4-6].

Godsave [7] and Spalding [8] gave the basic droplet vaporization/combustion model for an isolated single-component droplet in a stagnant environment. Since then this model has been studied extensively both experimentally and theoretically. These studies have been reviewed extensively by several authors during the past decades (e.g. Williams [9], Faeth [10], Lefebvre [11], Law [12], and Sirignano [13]), and are mostly dedicated to study the dynamics of a single droplet.

If special attention is dedicated to the deflected spray, then practically no numerical or experimental studies can be found. Recently Bai et. al. [14] presented a most relevant numerical study of a gasoline spray in wind tunnel using the Arcoumanis et. al. [15] experiments, but concentrated on the development of the spray impingement model.

The present work is devoted to droplet dispersion and evaporation of two-phase turbulent jets in a crossflow, which are of primary importance in predicting and improving the performance of systems utilizing spray injection.

The remainder of this paper first describes the mathematical model, including the vaporization and turbulent dis-

w przepływie poprzecznym, ponieważ rozpylenie parujących kropeł ma zasadnicze znaczenie w przewidywaniu i polepszeniu pracy systemów wykorzystujących wtrysk paliwa.

W pozostałej części pracy opisany jest model matematyczny zawierający modele parowania i rozpylenia w przepływie zaburzonym. W części trzeciej przedstawiono symulację parowania kropeł paliwa w przepływie poprzecznym oraz przedstawiono wyniki dyskutowanych tu różnych modeli parowania. W ostatniej części zaprezentowano najważniejsze spostrzeżenia i wnioski.

Model matematyczny

Część ta opisuje matematyczny model rozpylenia cząstek w przepływie zaburzonym i model ich parowania przy założeniu, że w ujęciu Lagrange'a cząstki zostały wystarczająco rozpylone a wpływ przesunięcia międzyfazowego i zaburzeń na ruch cząstek opisano w ujęciu Eulera, wykorzystując do tego technikę prób losowych (Monte Carlo). Założono także, że średnia prędkość przepływu czynnika jest stała, oraz że własności fizyczne faz są stałe.

Jeżeli w symulacji uwzględnia się parowanie kropeł, to należy opisać sprzężenie zwrotne, ponieważ zmiana tej fazy modyfikuje własności fazy ciekłej. Para powstała z kropli jest źródłem masy cieczy; ponadto procesy parowania generują zmiany w pędzie i równowadze energii pomiędzy fazami. Wówczas równania fazy ciekłej zawierają dużo czynników poza źródłowych. Zakłada się, że powstanie pary nie zmienia w istotny sposób gęstości fazy ciekłej.

Metoda rozwiązywania fazy przejściowej opiera się na rozwiązaniu równań zachowania pędu i masy. Zaburzenia przepływu są opisywane w oparciu o model zaburzeń „k-ε”, zaproponowany przez Laundera i Spaldinga [16], który przypuszczalnie jest najszerzej i najdokładniej przebadanym modelem, i który został zbudowany do przewidywania średniego przepływu z całkiem dobrym skutkiem [17]. Aby zminimalizować błędy numeryczne do dającego się zaakceptować poziomu, wykorzystuje się model wyższego rzędu „QUICK” Leonarda [18] do scharakteryzowania warunków konwekcji. Podobną metodę zastosowano dla przepływów trójwymiarowych [17] i osiowoosymetrycznych [19, 20, 21], których tylko główne cechy zostały zestawione w artykule.

Równania (ciągłości ruchu, pędu, turbulentnej energii kinetycznej, rozpraszania energii, entalpii, masy par) tworzą zespół cząstkowych równań różniczkowych, które mogą być sprowadzone do pojedynczego równania konwekcyjno-dyfuzyjnego w postaci:

$$\frac{\partial(\rho U_i \phi)}{\partial X_i} = \frac{\partial}{\partial X_i} \left[\Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial X_i} \right] + S_\phi \quad (1)$$

gdzie Γ_ϕ jest współczynnikiem dyfuzji dla ilości ϕ . Lewa strona równania wyraża warunek konwekcji, podczas gdy po prawej stronie równania znajdują się odpowiednio warunki dyfuzji i powstawania.

Warunek powstawania S_ϕ składa się z dwóch części, które pozwalają otrzymać następujące wyrażenie:

$$S_\phi = S_{\phi g} + S_{\phi p} \quad (2)$$

persion models. Section III presents simulations of an array of evaporating droplets through a crossflow, and the results obtained with different evaporation models are discussed. Finally, last section presents the main findings and conclusions of this work.

Mathematical model

This section describes the mathematical model for turbulent particle dispersion and vaporization assuming that the particles are sufficiently dispersed so that particle-particle a Lagrangian approach while an Eulerian frame is used to describe the effects of both interphase slip and turbulence on particle motion using random-sampling interaction is negligible. It is also assumed that the mean flow is steady and the material properties of the phases are constant.

The particle phase is described using a Lagrangian approach while an Eulerian frame is used to describe the effects of both interphase slip and turbulence on particle motion using random-sampling techniques (Monte Carlo).

When vaporizing droplets are involved in the simulations, two-way coupling must be accounted for since the phase change modifies the characteristics of the fluid phase. The vapor produced by the droplets is a mass source for the fluid; moreover the vaporization process generates modifications in the momentum and energy balances between both phases. Fluid phase equations then contain many extra-source terms. It is assumed that the vapor production does not significantly modify the fluid phase density.

The method to solve the continuous phase is based on the solution of the conservation equations for momentum and mass. Turbulence is modeled with the “k-ε” turbulence model of Launder and Spalding [16], which is widely and thoroughly tested, and was found to predict reasonably well the mean flow [17]. In order to reduce the numerical errors to an acceptable level, the higher-order QUICK scheme of Leonard [18] is used to evaluate the convection terms. A similar method has been used for three-dimensional [17] or axisymmetric flows [19, 20, 21] and only the main features are summarized here.

The governing equations (continuity, momentum, turbulent kinetic energy, dissipation, enthalpy, and vapor mass fraction) constitute a set of coupled partial differential equations that can be reduced to a single convective-diffusive conservation equation of the form

$$\frac{\partial(\rho U_i \phi)}{\partial X_i} = \frac{\partial}{\partial X_i} \left[\Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial X_i} \right] + S_\phi \quad (1)$$

where Γ_ϕ is the effective diffusion coefficient for quantity ϕ . The term on the left-hand side is the convection term, whilst the first and the second terms on the right-hand side are the diffusion term and the source term, respectively.

The source term S_ϕ is divided into two parts, which yields the following expression:

$$S_\phi = S_{\phi g} + S_{\phi p} \quad (2)$$

where $S_{\phi g}$, specifies the source term of the gas and $S_{\phi p}$, specifies the source term of the particle.

gdzie: $S_{\phi g}$ wyznacza warunek powstawania gazu a $S_{\phi p}$ wyznacza warunek powstawania cząstki. Warunek powstawania dla fazy gazowej $S_{\phi g}$ wraz z rzeczywistym współczynnikiem dyfuzji są przedstawione w tablicy 1 dla różnych zmiennych zależnych, gdzie: G jest opisany poniżej zwykłym warunkiem powstawania zaburzeń energii:

Tab. 1. Uogólnione warunki równań różniczkowych
Table 1. Terms in the general form of the differential equation

ϕ	$S_{\phi g}$	$S_{\phi p}$	Γ_{ϕ}
1	–	$\overline{S_{\rho,p}}$	–
U_i	$-\frac{\partial}{\partial X_i} \left(P + \frac{2}{3} k \right) - \frac{\partial}{\partial X_j} \frac{2}{3} \mu_t \frac{\partial \overline{U_j}}{\partial X_i} + \rho g_i$	$\overline{S_{U_i,p}}$	$\mu + \mu_T$
T	0	$\overline{S_{T,p}}$	$\frac{\mu}{Pr} + \frac{\mu_T}{Pr_T}$
Y_p	0	$\overline{S_{Y_k,p}}$	$\frac{\mu}{Sc} + \frac{\mu_T}{Sc_T}$
k	$G - \rho \epsilon$	$\overline{S_{k,p}}$	$\mu + \frac{\mu_T}{\sigma_k}$
ϵ	$C_{\epsilon 1} \frac{\epsilon}{k} G - C_{\epsilon 2} \rho \epsilon$	$\overline{S_{\epsilon,p}}$	$\mu + \frac{\mu_T}{\sigma_{\epsilon}}$

$$G = \mu_t \left[\frac{\partial \overline{U_i}}{\partial X_j} + \frac{\partial \overline{U_j}}{\partial X_i} \right] \frac{\partial \overline{U_i}}{\partial X_j} \quad (3)$$

i

$$\mu_t = C_{\mu} \rho \frac{k^2}{\epsilon} \quad (4)$$

Wykorzystano tu wskazane przez Laundera i Spaldinga [16] stałe modelu zaburzeń, dające dobre wyniki dla większej liczby przepływów, co zostało przedstawione w tablicy 2.

Zjawisko parowania opisano w tym artykule przy założeniu kulistej symetrii dla przepływu ciepła i masy pomiędzy kroplą a otaczającym czynnikiem, natomiast efekt konwekcji został uwzględniony na podstawie empirycznych praw korelacyjnych. Podstawowymi założeniami w tych modelach są: kulista symetria, quasistatyczna otoczka gazowa dookoła kropli, jednakowe własności fizyczne otaczającej cieczy, jednakowe ciśnienie dookoła kropli oraz cieplna równowaga pomiędzy cieczą a parą na powierzchni kropli.

Efekt konwekcyjnego przepływu ciepła wywołany ruchem kropli względem gazu wyjaśniono w oparciu o tzw. teorię warstwy przyściennej, co w rezultacie zmienia zależności między liczbą Nusselta a liczbą Sherwooda. Dla gwałtownego parowania (np. efekt wrzenia) zastosowano dodatkowe zmiany. Model nieskończonego przewodnictwa kropli został wykorzystany do opisu bocznego przepływu ciepła cieczy z uwzględnieniem podgrzania kropli. Z tego względu dwa równania różniczkowe dla bieżącej zmiany wielkości kropli i temperatury muszą być rozwiązane w następujący sposób:

The source terms of the gas phase, $S_{\phi g}$ and the effective diffusion coefficient Γ_{ϕ} , are summarized in table 1 for different depended variables, where G is the usual turbulence energy production term defined as:

$$G = \mu_t \left[\frac{\partial \overline{U_i}}{\partial X_j} + \frac{\partial \overline{U_j}}{\partial X_i} \right] \frac{\partial \overline{U_i}}{\partial X_j} \quad (3)$$

and

$$\mu_t = C_{\mu} \rho \frac{k^2}{\epsilon} \quad (4)$$

The turbulence model constants that are used are those indicated by Launder and Spalding [16] that have given good results for a large number of flows, and are summarized in the next table.

Vaporization phenomena are described in the present study assuming spherical symmetry for heat and mass transfers between the droplet and the surrounding fluid, and convection effects are taken into account by introducing empirical correlation laws.

The main assumptions of the models are: spherical symmetry; quasi-steady gas film around the droplet; uniform physical properties of the surrounding fluid; uniform pressure around the droplet; and liquid/vapor thermal equilibrium on the droplet surface.

Tab. 2. Stałe modelu zaburzeń
Table 2. Turbulence model constants

C_{μ}	$C_{\epsilon 1}$	$C_{\epsilon 2}$	σ_k	σ_{ϵ}	$C_{\epsilon 3}$	Pr_t	Sc_t	Pr	Sc
0.09	1.44	1.92	1.0	1.3	1.1	0.6	0.85	$\mu C_p / k_g$	$\mu / \rho D$

The effect of the convective transport caused by the droplet motion relative to the gas was accounted for by the so called “film theory”, which results in modified correlations for the Nusselt and Sherwood numbers. For rapid evaporation (i.e. boiling effects) additional corrections were applied. The infinite droplet conductivity model was used to describe the liquid side heat transfer taking into account droplet heat-up. Hence, two differential equations for the temporal changes of droplet size and temperature have to be solved:

$$\frac{dD_p}{dt} = - \frac{2\dot{m}}{\pi \rho_F D_p^2} \quad (5)$$

$$\frac{dT_p}{dt} = \frac{6Q_L}{\pi \rho_F C_{pF} D_p^2} \quad (6)$$

Under the assumption of steady state conditions in the gas film and assuming a spherical control surface around the droplet, the total mass flow through this surface will be equal to the evaporation rate \dot{m} :

$$\frac{dD_p}{dt} = -\frac{2\dot{m}}{\pi\rho_F D_p^2} \quad (5)$$

$$\frac{dT_p}{dt} = \frac{6Q_L}{\pi\rho_F C_{pF} D_p^2} \quad (6)$$

Zakładając niezmiennosc stanu w warstwie przyściennej i zakładając powierzchnię kulistą dookoła kropli, całkowity przepływ masy przez tę powierzchnię będzie równy szybkości parowania \dot{m} :

$$\dot{m} = \pi \overline{\rho_g D_g} D_p Sh \cdot \ln(1 + B_M) \quad (7)$$

i

$$\dot{m} = \pi \frac{\overline{K_{vap}}}{C_{p,vap}} D_p Nu \cdot \ln(1 + B_T) \quad (8)$$

Zakładając liczbę Lewisa równą 1 wielkość $\overline{\rho_g D_g}$ może być zastąpiona przez $K_{vap}/C_{p,vap}$. Ciepło przenikające do kropli może zostać wyrażone w następujący sposób:

$$Q_L = \dot{m} \left(\frac{\overline{C_{vap}}(T_\infty - T_s)}{B_M} - L(T_s) \right) \quad (9)$$

Liczba przepływu masy B_M opisana jest wzorem:

$$B_M = \frac{Y_{Fs} - Y_{F\infty}}{1 - Y_{Fs}} \quad (10)$$

gdzie Y_{Fs} jest ilością masy paliwa na powierzchni kropli, co określono jako:

$$Y_{Fs} = \left[1 + \left(\frac{P}{P_{Fs}} - 1 \right) \frac{M_A}{M_F} \right]^{-1} \quad (11)$$

Dla dowolnej temperatury powierzchni ciśnienie pary można łatwo obliczyć wykorzystując równanie Clausiusa-Claperyona

$$P_{Fs} = \exp \left(a - \frac{b}{T_s - 43} \right) \quad (12)$$

gdzie a i b są stałymi paliwa.

Utajone ciepło parowania zostało podane przez Watsona [22] w postaci:

$$L(T_s) = L_{tbn} \left(\frac{T_{cr} - T_s}{T_{cr} - T_{bn}} \right)^{-0.38} \quad (13)$$

Równania 7 i 8 dla \dot{m} są podobne do wyrażeń dla prędkości parowania kropli wyznaczonego w klasycznym modelu parowania, w którym bezwymiarowe parametry Nu_0 i Sh w równaniach klasycznych zostały zastąpione odpowiednio przez Nu^* i Sh^* . Są one wyrażone jako:

$$Sh^* = 2 + (Sh_0 - 2)/F_M \quad (14)$$

$$Nu^* = 2 + (Nu_0 - 2)/F_T \quad (15)$$

and

$$\dot{m} = \pi \overline{\rho_g D_g} D_p Sh \cdot \ln(1 + B_M) \quad (7)$$

$$\dot{m} = \pi \frac{\overline{K_{vap}}}{C_{p,vap}} D_p Nu \cdot \ln(1 + B_T) \quad (8)$$

the quantity $\overline{\rho_g D_g}$ can be replaced with $K_{vap}/C_{p,vap}$, assuming a Lewis number of unity. The heat penetrating into the droplet can be expressed by:

$$Q_L = \dot{m} \left(\frac{\overline{C_{vap}}(T_\infty - T_s)}{B_M} - L(T_s) \right) \quad (9)$$

The mass transfer number B_M as defined as

$$B_M = \frac{Y_{Fs} - Y_{F\infty}}{1 - Y_{Fs}} \quad (10)$$

where Y_{Fs} is the fuel mass fraction on the droplet surface and defined as:

$$Y_{Fs} = \left[1 + \left(\frac{P}{P_{Fs}} - 1 \right) \frac{M_A}{M_F} \right]^{-1} \quad (11)$$

For any given value of surface temperature, the vapor pressure is readily estimated from the Clausius-Claperyon equation as

$$P_{Fs} = \exp \left(a - \frac{b}{T_s - 43} \right) \quad (12)$$

where a and b are constants of the fuel.

The latent heat of vaporization is given by Watson [22] as

$$L(T_s) = L_{tbn} \left(\frac{T_{cr} - T_s}{T_{cr} - T_{bn}} \right)^{-0.38} \quad (13)$$

Equations 7 and 8 for \dot{m} are similar to the expressions for the droplet vaporization rate predicted by the classical model, with the values of the non-dimensional parameters Nu_0 and Sh_0 in the classical formulas substituted by Nu^* and Sh^* respectively. Where are expressed as

$$Sh^* = 2 + (Sh_0 - 2)/F_M \quad (14)$$

$$Nu^* = 2 + (Nu_0 - 2)/F_T \quad (15)$$

The parameters Nu^* and Sh^* are the “modified” Nusselt and Sherwood numbers, and tend to Nu_0 and Sh_0 , respectively, as F_T and F_M tend to the unity.

In the case of an isothermal surface and constant physical properties of the fluid, the problem has a self-similar solution and the correction factors F_M and F_T do not depend on the local Reynolds number. It was found that the values F_M and F_T are practically insensitive to the Schmidt and Prandtl numbers and the wedge angle variations, and can be approximated as

$$F_M = F(B_M), \quad F_T = F(B_T) \quad (16)$$

Parametry Nu^* i Sh^* są zmodyfikowanymi liczbami Nusselta i Sherwooda, które zbliżają się odpowiednio do Nu_0 i Sh_0 , zaś F_T i F_M dążą do jedności.

W przypadku powierzchni izotermicznej i stałych właściwości fizycznych cieczy problem ma podobne rozwiązanie, a czynniki korekcji F_T i F_M nie zależą od lokalnej liczby Reynoldsa. Stwierdzono, że wartości F_T i F_M są praktycznie niewrażliwe na liczby Schmidta oraz Prandtla i na zmianę kąta nachylenia i dlatego mogą być przybliżone jako:

$$F_M = F(B_M), \quad F_T = F(B_T) \quad (16)$$

gdzie $F(B)$ jest dane wzorem:

$$F(B) = (1+B)^{0.7} \frac{\ln(1+B)}{B} \quad (17)$$

Nu_0 i Sh_0 są wyznaczane w oparciu o zależność Frosslinga:

$$Nu_0 = 2 + 0,552 Re^{\frac{1}{2}} Pr^{\frac{1}{3}} \quad (18)$$

$$Sh_0 = 2 + 0,552 Re^{\frac{1}{2}} Sc^{\frac{1}{3}} \quad (19)$$

Wskaźnik parowania na skutek konwekcji wynosi:

$$\dot{m} = \pi \overline{\rho_g} D_g D_p Sh \cdot \ln(1+B_M) \left(2 + \frac{0,552 Re^{\frac{1}{2}} Pr^{\frac{1}{3}}}{F_M} \right) \quad (20)$$

i

$$\dot{m} = \pi \frac{\overline{K}_{vap}}{C_{pvap}} D_p Nu \cdot \ln(1+B_T) \left(2 + \frac{0,552 Re^{\frac{1}{2}} Pr^{\frac{1}{3}}}{F_T} \right) \quad (21)$$

Przy założeniu liczby Lewisa równej jedności liczby Schmidta i Prandtla są sobie równe. Równanie (20) ma tę zaletę, że można je stosować we wszystkich warunkach, również w procesie przejściowym ogrzewania kropeł, podczas gdy równanie (21) może być wykorzystane tylko w ustalonych warunkach parowania.

Ostatecznie, prędkość parowania wynosi:

$$\dot{m} = 2\pi \frac{\overline{K}_{vap}}{C_{pvap}} D_p \ln(1+B_M) \left(1 + \frac{0,276 Re^{\frac{1}{2}} Pr^{\frac{1}{3}}}{F_M} \right) \quad (22)$$

Równania zmian wielkości kropeł i zmian temperatury w czasie trwania procesu są następujące:

$$\frac{dD_p}{dt} = \frac{4\overline{K}_{vap} \ln(1+B_M)}{C_{pvap} \rho_F D_p} \left(1 + \frac{0,276 Re^{\frac{1}{2}} Pr^{\frac{1}{3}}}{F_M} \right) \quad (23)$$

$$\frac{dT_p}{dt} = \frac{12\overline{K}_g \ln(1+B_M)}{C_{vap} \rho_F D_p^2 C_{pF}} \left(1 + \frac{0,276 Re^{\frac{1}{2}} Pr^{\frac{1}{3}}}{F_M} \right) \cdot \left(\frac{C_{vap}(T_\infty - T_s)}{B_M} - L(T_s) \right) \quad (24)$$

where $F(B)$ is given by

$$F(B) = (1+B)^{0.7} \frac{\ln(1+B)}{B} \quad (17)$$

Nu_0 and Sh_0 are evaluated by the Frossling correlations:

$$Nu_0 = 2 + 0,552 Re^{\frac{1}{2}} Pr^{\frac{1}{3}} \quad (18)$$

$$Sh_0 = 2 + 0,552 Re^{\frac{1}{2}} Sc^{\frac{1}{3}} \quad (19)$$

The evaporation rate \dot{m} with convection is:

$$\dot{m} = \pi \overline{\rho_g} D_g D_p Sh \cdot \ln(1+B_M) \left(2 + \frac{0,552 Re^{\frac{1}{2}} Pr^{\frac{1}{3}}}{F_M} \right) \quad (20)$$

and

$$\dot{m} = \pi \frac{\overline{K}_{vap}}{C_{pvap}} D_p Nu \cdot \ln(1+B_T) \left(2 + \frac{0,552 Re^{\frac{1}{2}} Pr^{\frac{1}{3}}}{F_T} \right) \quad (21)$$

The Schmidt number and the Prandtl number are equal assuming a Lewis number of unity. Equation 20 has the advantage that it applies under all conditions, including the transient state of droplet heat-up, whereas Eq. (31) can only be used for steady-state evaporation.

Finally the evaporation rate \dot{m} is:

$$\dot{m} = 2\pi \frac{\overline{K}_{vap}}{C_{pvap}} D_p \ln(1+B_M) \left(1 + \frac{0,276 Re^{\frac{1}{2}} Pr^{\frac{1}{3}}}{F_M} \right) \quad (22)$$

And the equations for the temporal changes of droplet size and temperature are:

$$\frac{dD_p}{dt} = \frac{4\overline{K}_{vap} \ln(1+B_M)}{C_{pvap} \rho_F D_p} \left(1 + \frac{0,276 Re^{\frac{1}{2}} Pr^{\frac{1}{3}}}{F_M} \right) \quad (23)$$

$$\frac{dT_p}{dt} = \frac{12\overline{K}_g \ln(1+B_M)}{C_{vap} \rho_F D_p^2 C_{pF}} \left(1 + \frac{0,276 Re^{\frac{1}{2}} Pr^{\frac{1}{3}}}{F_M} \right) \cdot \left(\frac{C_{vap}(T_\infty - T_s)}{B_M} - L(T_s) \right) \quad (24)$$

Of the air/vapor mixture in the boundary layer near the droplet surface according to Hubbard et al. [23], the best results are obtained using the one-third rule of Sparrow and Gregg [24], where average properties are evaluated at the following reference temperature and composition:

$$T_r = T_s + \frac{T_\infty - T_s}{3} \quad (25)$$

$$Y_{Fr} = Y_{Fs} + \frac{Y_{F\infty} - Y_{Fs}}{3} \quad (26)$$

Według Hubbarda [23], dla mieszaniny powietrze/para na granicy warstw, blisko powierzchni kropli, najlepsze rezultaty uzyskuje się przy użyciu reguły 1/3 wg Sparrowa i Gregga [24], gdzie średnie własności są wyznaczane przy następującej temperaturze i składzie odniesienia:

$$T_r = T_s + \frac{T_\infty - T_s}{3} \quad (25)$$

$$Y_{Fr} = Y_{Fs} + \frac{Y_{F\infty} - Y_{Fs}}{3} \quad (26)$$

Np.: przy stałym ciśnieniu ciepło właściwe odniesienia można wyznaczyć w następujący sposób:

$$C_{p,vap} = Y_{Ar}(C_{p,Ar} \text{ przy } T_r) + Y_{Fr}(C_{p,Fr} \text{ przy } T_r) \quad (27)$$

Fazę rozpylenia opisano z użyciem zasady Lagrange'a. Tory ruchu cząstek zostały wyznaczone przez rozwiązanie równania pędu cząstki dzięki wykorzystaniu eulerowskiego pola prędkości cieczy dla wystarczająco dużej liczby trajektorii.

Równania użyte do obliczenia położenia i prędkości każdej cząstki otrzymano poprzez zwykłe uproszczenie równań dla przepływów rozcieńczonych [19, 25]. Gradienty ciśnienia statycznego są małe, cząstki mogą być uważane za kuliste, a zderzenia cząstek można zaniedbać. Ponieważ

$\frac{\rho_p}{\rho_f} > 200$, efekt Basseta, masa rzeczywista, siły Magnusa,

Saffmana i wyporu hydrostatycznego mogą być zaniedbane [15, 21]. W przepływach rozcieńczonych, będących w centrum zainteresowania inżynierów, niezmienny opór aerodynamiczny jest najważniejszą siłą działającą na cząstkę paliwa. W tych warunkach równanie pędu cząstki można uprościć do:

$$\frac{\partial \mathbf{u}_{p,i}}{\partial t} = \frac{1}{\tau_p} (\mathbf{u}_{f,i} - \mathbf{u}_{p,i}) + \mathbf{g}_i \quad (28)$$

Matematyczne ujęcie czasu relaksacji t_r jest następujące:

$$\tau_p = \frac{24\rho_p D_p^2}{18\mu_f C_D Re_p} \quad (29)$$

gdzie Re_p to cząstkowa liczba Reynoldsa,

$$Re_p = \frac{\rho_f |\vec{V}_p - \vec{V}_f| D_p}{\mu_f} \quad (30)$$

Należy zauważyć, że fizyczne właściwości ρ_f i μ_f powinny być wyznaczane w temperaturze T_r :

$$\mu_f = Y_{Ar}(\mu_{Ar} \text{ przy } T_r) + Y_{Fr}(\mu_{Fr} \text{ przy } T_r) \quad (31)$$

$$\rho_{vap} = \left(\frac{Y_{Ar}}{\rho_{Ar}} + \frac{Y_{Fr}}{\rho_{Fr}} \right)^{-1} \quad (32)$$

gdzie C_D oznacza współczynnik oporów (hydrodynamicznych) [25]:

$$C_D = \left(\frac{24}{Re_p} \right) (1 + 0,15 Re_p^{0,687}) \quad (33)$$

dla $Re_p < 10^3$.

For example, the reference specific heat at constant pressure is obtained as

$$C_{p,vap} = Y_{Ar}(C_{p,Ar} \text{ at } T_r) + Y_{Fr}(C_{p,Fr} \text{ at } T_r) \quad (27)$$

The dispersed phase was treated using the Lagrangian reference frame. Particle trajectories were obtained by solving the particle momentum equation through the Eulerian fluid velocity field, for a sufficiently high number of trajectories to provide a representative statistics.

The equations used to calculate the position and velocity of each particle were obtained considering the usual simplification for dilute particle-laden flows [19, 25]. Static pressure gradients are small, particles can be assumed spherical

and particle collisions can be neglected. Since $\frac{\rho_p}{\rho_f} > 200$,

the effects of Basset, virtual mass, Magnus, Saffman and buoyancy forces are negligible [15, 21]. In dilute flows of engineering interest, the steady-state drag term is the most important force acting on the particle. Under these conditions the simplified particle momentum equation is:

$$\frac{\partial \mathbf{u}_{p,i}}{\partial t} = \frac{1}{\tau_p} (\mathbf{u}_{f,i} - \mathbf{u}_{p,i}) + \mathbf{g}_i \quad (28)$$

The mathematical expression for the relaxation time, τ_p , is

$$\tau_p = \frac{24\rho_p D_p^2}{18\mu_f C_D Re_p} \quad (29)$$

where Re_p is the particle Reynolds number,

$$Re_p = \frac{\rho_f |\vec{V}_p - \vec{V}_f| D_p}{\mu_f} \quad (30)$$

Note that the physical properties of ρ_f and μ_f should be evaluated at the reference temperature T_r and are

$$\mu_f = Y_{Ar}(\mu_{Ar} \text{ przy } T_r) + Y_{Fr}(\mu_{Fr} \text{ przy } T_r) \quad (31)$$

$$\rho_{vap} = \left(\frac{Y_{Ar}}{\rho_{Ar}} + \frac{Y_{Fr}}{\rho_{Fr}} \right)^{-1} \quad (32)$$

and C_D is the drag coefficient [25],

$$C_D = \left(\frac{24}{Re_p} \right) (1 + 0.15 Re_p^{0.687}) \quad (33)$$

for $Re_p < 10^3$.

The particle momentum equation can be analytically solved over small time steps, Δt , and the particle trajectory is given by

$$\mathbf{u}_{p,i}^{NEW} = \mathbf{u}_{f,i} + (\mathbf{u}_{p,i}^{OLD} - \mathbf{u}_{f,i}) e^{-\Delta t/\tau_p} + \mathbf{g}_i \tau_p [1 - e^{-\Delta t/\tau_p}] \quad (34)$$

$$\mathbf{x}_{p,i}^{NEW} = \mathbf{x}_{p,i}^{OLD} + \frac{\Delta t}{2} (\mathbf{u}_{p,i}^{NEW} + \mathbf{u}_{p,i}^{OLD}) \quad (35)$$

Równanie pędu cząstek może zostać rozwiązane analitycznie w krótkich przedziałach czasu, Δt , a tory cząstek są dane przez:

$$\mathbf{u}_{p,i}^{\text{NEW}} = \mathbf{u}_{f,i} + (\mathbf{u}_{p,i}^{\text{OLD}} - \mathbf{u}_{f,i}) e^{-\Delta t / \tau_p} + \mathbf{g}_i \tau_p [1 - e^{-\Delta t / \tau_p}] \quad (34)$$

$$\mathbf{x}_{p,i}^{\text{NEW}} = \mathbf{x}_{p,i}^{\text{OLD}} + \frac{\Delta t}{2} (\mathbf{u}_{p,i}^{\text{NEW}} + \mathbf{u}_{p,i}^{\text{OLD}}) \quad (35)$$

Wpływy krytyczne determinują chwilową prędkość cieczy oraz czas oddziaływania cząstki z danym wirym, Δt .

Czas oddziaływania cząstki z wirym jest najkrótszym czasem trwania wiru τ_{FL} oraz czasem jego przejścia t_c . Czas trwania wiru oblicza się przy założeniu, że charakterystyczna wielkość wiru równa się skali długości rozpylenia w przepływie izotropowym:

$$l_e = B \frac{k^{3/2}}{\varepsilon} \approx C_\mu^{3/4} \frac{k^{3/2}}{\varepsilon} \quad (36)$$

$$\tau_{FL} = A \frac{k}{\varepsilon} \approx 0.2 \frac{k}{\varepsilon} \quad (37)$$

gdzie A i B są dwiema stałymi zależnymi [25].

Czas generowania wiru t_c jest najkrótszym czasem, który cząstka potrzebuje na przejście przez wir o charakterystycznym wymiarze l_e , i jest określony:

$$t_c = \frac{l_e}{|\vec{v}_d|} \quad (38)$$

gdzie \vec{v}_d jest prędkością względną pomiędzy cząsteczką a cieczą (prędkość unoszenia).

Inne wyrażenie opisujące czas generowania, które jest także zalecane w literaturze [25, 26, 27] i zostało tutaj wykorzystane, przedstawia się następująco:

$$t_c = -\tau_p \ln \left(1 - \frac{l_e}{\tau_p |\mathbf{u}_{f,i} - \mathbf{u}_{p,i}|} \right) \quad (39)$$

gdzie prędkość unoszenia jest obliczana na początku nowej iteracji.

Podane równanie nie posiada rozwiązania, kiedy $l_e > \tau_p |\mathbf{u}_{f,i} - \mathbf{u}_{p,i}|$, to jest wtedy, kiedy droga hamowania kropli po linearyzacji jest mniejsza od wiru. W takim przypadku uważa się, że cząstka zostaje przechwycona przez wir, a czas oddziaływania cząstki z wirym jest wówczas równy czasowi trwania wiru. Prędkość chwilową na początku interakcji pomiędzy cząstką a wirym uzyskać można poprzez wyrzykowe sprawdzenie izotropowej całki Gaussa pdf, charakteryzującej się standardowymi odchyleniami $\sqrt{2/3k}$ oraz zerowymi wartościami średnimi.

Powyższy model izotropowy został rozszerzony w tej pracy tak, aby uwzględnił relacje krzyżowe i anizotropie. Aby określić prędkości zmienne \mathbf{u}'_f i \mathbf{v}'_f , dwie zmienne prędkości \mathbf{u}'_1 i \mathbf{u}'_2 są badane niezależnie, a następnie ze sobą skorelowane za pośrednictwem współczynnika korelacji R_{uv} :

The critical issues are to determine the instantaneous fluid velocity and the evaluation of the time, Δt , of interaction of a particle with a particular eddy.

The time step is obviously the eddy-particle interaction time, which is the minimum of the eddy lifetime, τ_{FL} , and the eddy transit time, t_c . The eddy lifetime is estimated assuming that the characteristic size of an eddy is the dissipation length scale in isotropic flow:

$$l_e = B \frac{k^{3/2}}{\varepsilon} \approx C_\mu^{3/4} \frac{k^{3/2}}{\varepsilon} \quad (36)$$

$$\tau_{FL} = A \frac{k}{\varepsilon} \approx 0.2 \frac{k}{\varepsilon} \quad (37)$$

where A and B are two dependent constants [25].

The transit time, t_c , is the minimum time a particle would take to cross an eddy with characteristic dimension, l_e , and is given by

$$t_c = \frac{l_e}{|\vec{v}_d|} \quad (38)$$

where \vec{v}_d is the relative velocity between the particle and the fluid (drift velocity).

A different expression for the transit time is also recommended in the literature [25, 26, 27], and was used in the present work:

$$t_c = -\tau_p \ln \left(1 - \frac{l_e}{\tau_p |\mathbf{u}_{f,i} - \mathbf{u}_{p,i}|} \right) \quad (39)$$

where the drift velocity is also estimated at the beginning of a new iteration.

This equation has no solution when $l_e > \tau_p |\mathbf{u}_{f,i} - \mathbf{u}_{p,i}|$, that is, when the linearized stopping distance of the particle is smaller than the eddy size. In such a case, the particle can be assumed to be trapped by the eddy, and the interaction time will be the eddy lifetime.

The instantaneous velocity at the start of a particle-eddy interaction is obtained by random sampling from an isotropic Gaussian pdf having standard deviations of $\sqrt{2/3k}$ and zero mean values.

The above isotropic model was extended in the present work to account for cross-correlation's and anisotropy. To obtain the fluctuating velocities \mathbf{u}'_f and \mathbf{v}'_f , two fluctuating velocities \mathbf{u}'_1 and \mathbf{u}'_2 are sampled independently, and then are correlated using the correlation coefficient R_{uv} :

$$\mathbf{u}'_f = \mathbf{u}'_1 \quad (40)$$

$$\mathbf{v}'_f = R_{uv} \mathbf{u}'_1 + \sqrt{1 - R_{uv}^2} \mathbf{u}'_2 \quad (41)$$

$$\mathbf{u}'_f = \mathbf{u}'_1 \quad (40)$$

$$\mathbf{v}'_f = R_{uv} \mathbf{u}'_1 + \sqrt{1 - R_{uv}^2} \mathbf{u}'_2 \quad (41)$$

gdzie wielkość $R_{uv} = \frac{\overline{\mathbf{u}'_f \mathbf{v}'_f}}{\sqrt{\overline{\mathbf{u}'_f{}^2}} \sqrt{\overline{\mathbf{v}'_f{}^2}}}$ jest uzyskiwana z pomiarów.

Oddziaływanie pomiędzy fazą ciągłą a rozproszoną jest uwzględnione poprzez traktowanie cząstek w fazie gazowej jako źródła masy, pędu i energii. Warunki początkowe stworzone przez cząstki są obliczane dla każdej komórki eulewskiej fazy ciągłej, co zestawiono w tablicy 3, i mogą zostać podzielone na 2 grupy, co zawiera poniższe wyrażenie:

$$S_{\phi p} = S_{\phi i} + S_{\phi m} \quad (42)$$

W którym $S_{\phi i}$ określa warunki początkowe wywołane przemieszczeniem międzyfazowym, a $S_{\phi m}$ uwzględnia wpływ wywołany parowaniem.

Do wyrażenia czasowych zmian wielkości i temperatury kropelek Chen i Pereira [1] wykorzystali następujące równania:

$$\frac{dD_p}{dt} = \frac{4K_{vap}}{C_{pvap}} \ln \left(1 + \frac{C_{pvap}}{L(T_s)} (T_\infty - T_s) \right) \left(1 + 0.23 Re^{\frac{1}{2}} \right) \quad (43)$$

$$\frac{dT_p}{dt} = 12K_g \cdot \left(\frac{(T_\infty - T_s)}{\rho_F D_p^2 C_{pF}} \right) \left(1 + 0.3 Re^{\frac{1}{2}} Pr^{\frac{1}{3}} \right) \quad (44)$$

W ostatnim równaniu przyjmuje się, że ciepło w przeważającej ilości przepływa na skutek wymuszonej konwekcji.

where $R_{uv} = \frac{\overline{\mathbf{u}'_f \mathbf{v}'_f}}{\sqrt{\overline{\mathbf{u}'_f{}^2}} \sqrt{\overline{\mathbf{v}'_f{}^2}}}$ was obtained from the measurements.

The interaction between the continuous and dispersed phase is introduced by treating particles as sources of mass, momentum and energy to the gaseous phase. The source terms due to the particles are calculated for each Eulerian cell of the continuous phase and are summarized in Table 3, and can be divided into two parts, which yields the following expression:

$$S_{\phi p} = S_{\phi i} + S_{\phi m} \quad (42)$$

where $S_{\phi i}$ specifies the source term due to inter-phase transport and $S_{\phi m}$ takes into consideration the transfer caused by evaporation.

To represent the temporal changes of droplet size and temperature Chen and Pereira [1] used the following equations:

$$\frac{dD_p}{dt} = \frac{4K_{vap}}{C_{pvap}} \ln \left(1 + \frac{C_{pvap}}{L(T_s)} (T_\infty - T_s) \right) \left(1 + 0.23 Re^{\frac{1}{2}} \right) \quad (43)$$

$$\frac{dT_p}{dt} = 12K_g \cdot \left(\frac{(T_\infty - T_s)}{\rho_F D_p^2 C_{pF}} \right) \left(1 + 0.3 Re^{\frac{1}{2}} Pr^{\frac{1}{3}} \right) \quad (44)$$

In the last equation is assumed that the prevailing mode of heat transfer is forced convection, no evaporation occurs during the preheating period and the temperature is uniform across the droplet radius. For the forced convection the Ranz and Marshall [28] correlation has taken the place of the Nusselt Number.

The source terms due to the particles are presented in Table 4.

The solution of the governing equations was obtained using a finite-difference method that used discretized algebraic equations deduced from the exact differential equations that they represent. This discretization involves the integration of the transport equation (1) over an elementary control volume surrounding a central node with a scalar value Φ_p . The volume integrals are converted to surface integrals for the control volume using Green's theorem; the convection flux for each variable at the cell face has then to be estimated based on the value of the variable Φ at the neighboring cell center. A number of practices are available to interpolate for the interfacial fluxes. The hybrid scheme [29] compares the relative magnitudes of convective and

Tab. 3. Warunki początkowe fazy rozpylenia wg modelu Sommerfelda [2]

Table 3. Dispersed phase source terms (Sommerfeld [2] model)

$S_{\phi p}$	$S_{\phi i}$	$S_{\phi m}$
$\overline{S_{p,p}}$	0	$\sum_p \frac{\dot{m}_p N_p}{V_{i,j}}$
$\overline{S_{U_{i,p}}}$	$-\sum_p \frac{\dot{m}_p N_p}{V_{i,j}} [(u_{j,p}^{t+\Delta t} - u_{j,p}^t) - g_i \Delta t]$	$\sum_p \frac{\dot{m}_p N_p u_{ia}}{V_{i,j}}$
$\overline{S_{T,p}}$	$-\sum_p \frac{N_p}{V_{i,j}} \left(\frac{L_{ibn} \dot{m}_p + Q_L}{C_{pA}} \right)$	$\sum_p \frac{\dot{m}_p N_p}{V_{i,j}} \left(\frac{C_{pvap} (T_s) \cdot (T_r - T_s)}{C_{pA}} \right)$
$\overline{S_{V1,p}}$	0	0
$\overline{S_{V2,p}}$	0	$\sum_p \frac{\dot{m}_p N_p}{V_{i,j}}$
$\overline{S_{k,p}}$	$\overline{U_j S_{Uji}} - \overline{U_j} \overline{S_{Uji}}$	$\overline{U_j S_{Uji}} - \overline{U_j} \overline{S_{Uji}} + \frac{1}{2} \overline{U_j} \overline{U_j} \overline{S_m} - \frac{1}{2} \overline{U_j} \overline{U_j} \overline{S_m}$
$\overline{S_{e,p}}$	$C_{e3} \frac{\varepsilon}{k} \overline{S_{ki}}$	$C_{e3} \frac{\varepsilon}{k} \overline{S_{km}}$

cji, a podczas ogrzewania nie zachodzi parowanie i temperatura jest taka sama na całej długości promienia kropli. Dla wymuszonej konwekcji liczbę Nusselta zastępuje zależność Ranza i Marshalla [28].

Warunki początkowe wywołane przez cząstki są przedstawione w tabelicy 4.

Rozwiązanie równań opisujących proces uzyskano przy pomocy metody różnic skończonych, która opiera się na dyskretnych równaniach algebraicznych wyprowadzanych ze wspomnianych równań różniczkowych. Dyskretyzacja ta zawiera całkowanie równania przepływu (1) po elementarnej objętości otaczającej węzeł główny, o skalarnej wartości Φ_p . Całki po objętości są zamieniane na całki powierzchniowe dla przestrzeni kontrolnej za pomocą twierdzenia Green'a. Przepływ konwekcyjny na ścianie sześcienu dla każdej zmiennej musi następnie być określony w oparciu o wartość Φ w sąsiednim centrum obszaru.

Wiele metod jest możliwych przy interpolacji przepływów międzyfazowych. Metoda mieszana [29] porównuje względne wielkości przepływu konwekcyjnego i dyfuzyjnego na każdej powierzchni kontrolnej w celu określenia, czy obszar sąsiedni jest współprądowy czy przeciwaprądowy. Liczba Pecleta (stosunek skali czasu dyfuzyjnego do konwekcyjnego) jest wykorzystana wówczas do określenia współczynnika, który reprezentuje nadająca się do zastosowania aproksymację rozwiązania dokładnego. W tym podejściu metoda mieszana wykorzystuje centralne różniczkowanie w uzyskiwaniu tych wartości, gdy $Pe < 2$, i różniczkowanie „pod prąd” dla $Pe > 2$. W ostatnim przypadku ujemna dyfuzja jest wprowadzona do równania różnic skończonych [18]. Błędne rozwiązanie może wówczas zostać uzyskane w rejonach przepływu z wektorami prędkości nachylonymi do linii siatki numerycznej i dużej dyfuzji prostopadłej do kierunku przepływu, gdy nie zostanie użyta dokładna siatka podziału co ogranicza obliczenia przepływów złożonych. Wiele metod wyższego rzędu zostało opracowanych w celu ograniczenia rozrzutu numerycznego. Metoda QUICK proponowana przez Leonarda [18] jest wolna od sztucznych rozrzutów i dostarcza rozwiązania dokładniejsze przy siatce dużo rzadszej niż wymaga się przy metodzie mieszanej. Jest to uzyskiwane przez wykorzystanie przeciwaprądowej kwadratowej interpolacji ważonej do obliczania wartości powierzchniowych dla każdej objętości kontrolnej (np.: Barata i inni [30]). Tym niemniej, przeprowadzone zostały typowe badania niezależne od wielkości siatki.

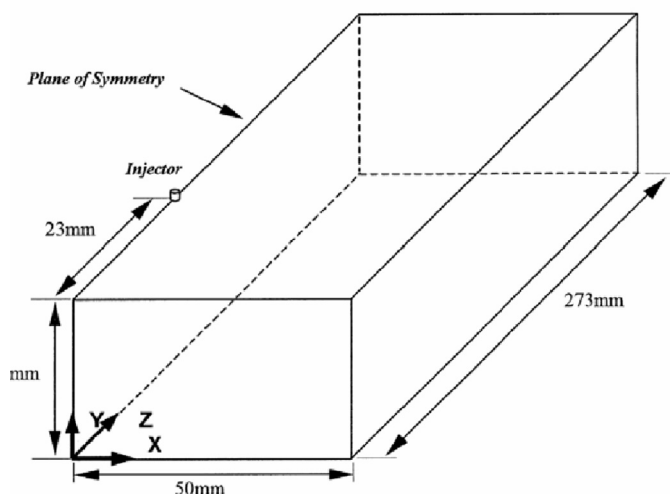
Obszar obliczeniowy (rys. 1) ma sześć ścian, dla których określone zostały zmienne zależne: powierzch-

Tab. 4. Warunki początkowe fazy rozpylenia wg modelu Chena i Pereira [1]

Table 4. Dispersed phase source terms (Chen and Pereira [1] model)

$S_{\phi p}$	$S_{\phi i}$	$S_{\phi m}$
$\overline{S_{p,p}}$	0	$\sum_p \frac{N_p}{V_{i,j}} (\dot{m}_p^t - \dot{m}_p^{t+\Delta t})$
$\overline{S_{u_i,p}}$	$-\sum_p \frac{\dot{m}_p N_p}{V_{i,j}} [(u_{j,p}^{t+\Delta t} - u_{j,p}^t) - g_i \Delta t]$	$\sum_p \frac{N_p}{V_{i,j}} (\dot{m}_p^t u_{j,p}^t - \dot{m}_p^{t+\Delta t} u_{j,p}^{t+\Delta t})$
$\overline{S_{T,p}}$	$\sum_p \frac{N_p}{V_{i,j}} \left(\frac{\dot{m}_p^t C_{PF}^t T_s^t - \dot{m}_p^{t+\Delta t} C_{PF}^{t+\Delta t} T_s^{t+\Delta t}}{C_{PA}} \right)$	
$\overline{S_{Y1,p}}$	0	0
$\overline{S_{Y2,p}}$	0	$\sum_p \frac{N_p}{V_{i,j}} (\dot{m}_p^t - \dot{m}_p^{t+\Delta t})$
$\overline{S_{k,p}}$	$\overline{U_j S_{uji}} - \overline{U_j} \overline{S_{uji}}$	0
$\overline{S_{\varepsilon,p}}$	$C_{\varepsilon 3} \frac{\varepsilon}{k} \overline{S_{ki}}$	0

diffusive transport at each cell face to determine whether the neighboring cell is effectively downstream or upstream. The Peclet number (the ratio of diffusive to convective time scales) is then used to determine the coefficient that represents a reasonable approximation to the exact solution. Under this approach, the hybrid scheme uses central differencing in obtaining those values when $Pe < 2$ and upwind differencing for $Pe > 2$. In the latter case, false diffusion is introduced into the finite-difference equation [18]. Erroneous solution may then be obtained in regions of the flow with velocity vectors inclined to the numerical grid lines and large diffusive transport normal to flow direction if fine grids are not used, and limit calculation of complex flows. In order to reduce the numerical diffusion several higher order schemes have been developed. The QUICK scheme proposed by Leonard [18] is free from artificial diffusion and gives more accurate solutions with grid spacing much larger than



Rys. 1. Model siatki

Figure 1. Flow configuration

nie wlotu i wylotu, powierzchnie symetrii, trzy nieprzenikalne ścianki na górze, na dole i na bokach kanału. Na brzegu wlotowym przyjęto jednakowy profil wszystkich zmiennych zależnych, podczas gdy na powierzchni wylotowej gradienty zmiennych zależnych w kierunku prostopadłym przyjęto równe zero. Na płaszczyźnie symetrii zanika prędkość w kierunku normalnym a zwykle pochodne innych zmiennych są równe zero. Na powierzchniach stałych została zastosowana metoda funkcji przyściennej opisana szczegółowo przez Laundera i Spaldinga do opisanie warunków brzegowych dla prędkości i wielkości turbulencji przyjmując, że turbulencja znajduje się w stanie lokalnej równowagi.

Przekrój poprzeczny obszaru pomiarowego wynosi $0,05 \times 0,05$ m, podczas gdy długość kanału wynosi 0,273 m. Wtrysk kropeł jest prostopadły do przepływu krzyżowego, a punkt wtrysku jest oddalony od płaszczyzny wlotu o 0,023 m ($Z_{in}/H = 0,46$). Krople o jednakowej wielkości i średnicy $230 \mu\text{m}$ wtryskiwano przy temperaturze 293 K z prędkością początkową $V_p = -1$ m/s do przepływu krzyżowego, którego prędkość stała wynosiła $W_c = 10$ m/s; temperatura ścian kanału wynosiła 800 K.

Wyniki badań

Rysunek 2 przedstawia zmienność (średnicy) kropeł w (funkcji) czasu dla dwóch użytych modeli parowania, ilustrując jednocześnie główne różnice występujące pomiędzy tymi modelami. Chen i Pereira [1] zakładają, że podczas ogrzewania nie zachodzi parowanie, a wzrost temperatury do momentu rozpoczęcia parowania zachodzi zgodnie z równaniem równowagi cieplnej kropli poruszającej się w otoczeniu gazu, przy założeniu, że zasadnicza ilość ciepła przepływa dzięki wymuszonej konwekcji. Z drugiej jednak strony Sommerfeld [2], w celu wyjaśnienia konwekcyjnego przepływu wywołanego ruchem kropli paliwa względem gazu, wykorzystuje teorię warstwy przyściennej, co w konsekwen-

that required by the hybrid scheme. This is achieved by utilizing quadratic upstream-weighted interpolation to calculate the cell face values for each control volume (e.g. Barata et. al. [30]). Nevertheless, the usual grid independence tests were performed.

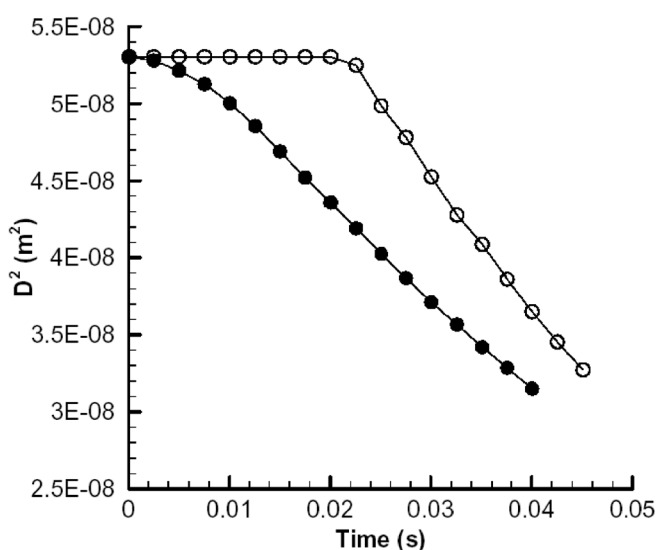
The computational domain (see Fig. 1) has six boundaries where dependent values are specified: an inlet plane and outlet planes, a symmetry plane, and three solid walls at the top, bottom and side of the channel. At the inlet boundary, uniform profiles of all dependent variables are set, while at the outflow boundaries, the gradients of dependent variables in the perpendicular direction are set to zero. On the symmetry plane, the normal velocity vanishes, and the normal derivatives of the other variables are zero. At the solid surfaces, the wall function method described in detail by Launder and Spalding [2] is used to prescribe the boundary conditions for the velocity and turbulence quantities, assuming that the turbulence is in state of local equilibrium.

The cross section of the computational domain is 0.05×0.05 m, whilst the channel length is 0.273 m. The droplets injection is perpendicular to the crossflow and the location of the injection point is 0.023 m far from the inlet plane ($Z_{in}/H = 0.46$).

The monosize array of droplets of $230 \mu\text{m}$ of diameter is injected with an initial velocity $V_p = -1$ m/s and a temperature of 293 K through a crossflow with $W_c = 10$ m/s. The wall temperatures are 800 K.

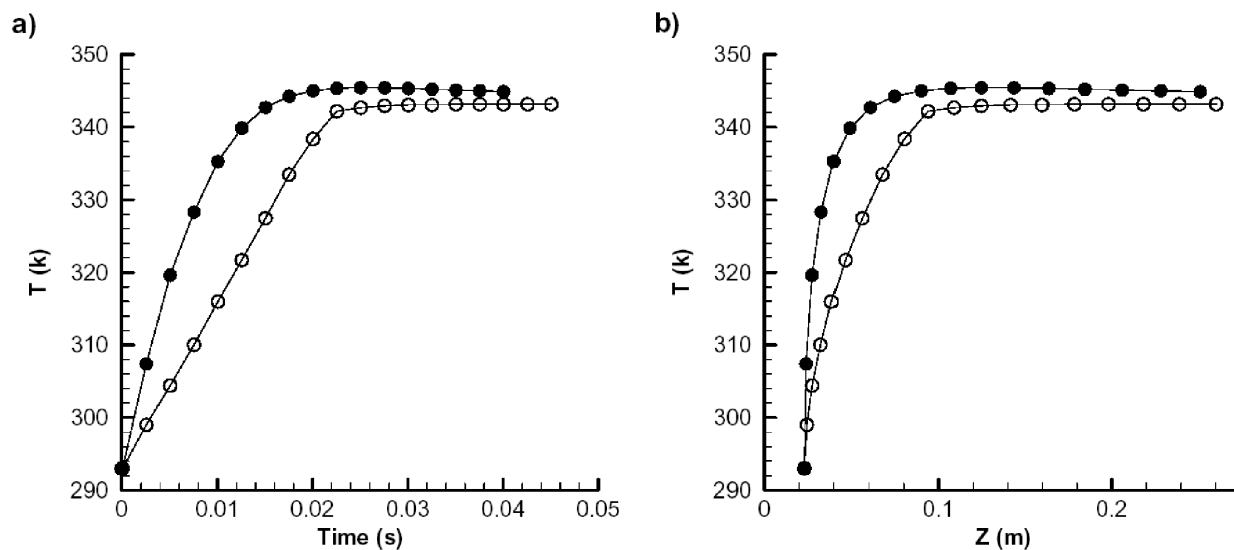
Results

Figure 2 shows the droplet variation with time for the two vaporization models used, and illustrates the main differences between them. Chen and Pereira [1] assume that no evaporation occurs during the preheating period, and the temperature evolution prior to the beginning of evaporation is obtained using a thermal balance equation for a droplet moving in the surrounding gas under the assumption that the prevailing mode of heat transfer is forced convection. On the other hand, Sommerfeld [2] uses the “film theory” to account for the effect of the convective transport caused by the droplet motion relative to the gas, which results in modified correlations for the Nusselt and Sherwood numbers. The preheating period of the Chen and Pereira [1] model is identified by the horizontal part of the graph (open symbols) where no variation of the droplet size occurs since there is no evaporation. The results obtained with the Sommerfeld [2] formulation for evaporation (closed symbol) corresponds to a continuous variation of the diameter of the droplet, and the final value is also smaller. This result has profound implications on the results because the subsequent heat transfer and turbulent dispersion is extremely affected by the size of the particles (or droplets). Figure 3 shows the temperature evolution of the droplets with time and distance to the crossflow inlet, and confirms the above-mentioned correlation with the droplets diameter. The Sommerfeld [2] model of evaporation gives always the higher temperatures. This result is consistent with the results of Fig. 2, because the smaller diameters correspond to a greater surface/volume ratio, which is more favorable in terms of heat transfer.



Rys. 2. Zmiany średnicy kropeł w zależności od czasu

Fig. 2. Droplet diameter variation with time. Key:
o – Chen and Pereira [1] model; ● – Sommerfeld [2]



Rys. 3. Zmiany temperatury kropel w zależności od: a) czasu, b) odległości od wlotu przepływu krzyżowego

Figure 3. Droplet temperature variation with a) time and b) distance the from crossflow inlet.

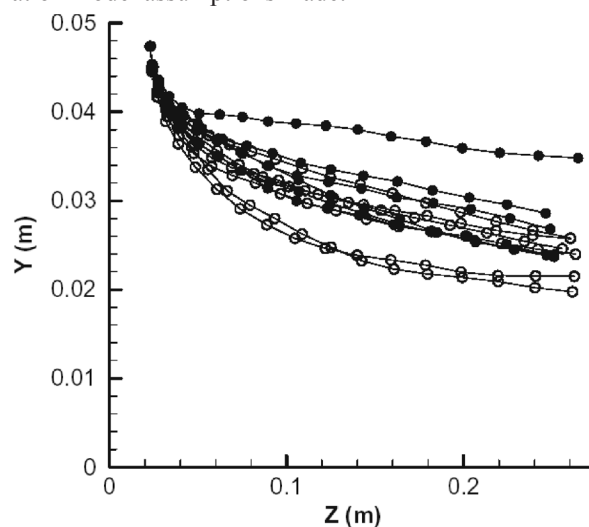
Key: o – Chen and Pereira [1] model; • – Sommerfeld [2]

cji powoduje zmianę zależności pomiędzy liczbą Nusseta i Sherwood'a. Pozioma część wykresu (wykres z punktami niezaczernionymi) odzwierciedla czas ogrzewania w modelu Chena i Pereiry [1], w czasie którego nie występuje żadna zmiana wielkości kropel ze względu na brak parowania. Wyniki otrzymane dzięki zastosowaniu wzoru Sommerfelda na parowanie [2] (zaznaczone na wykresie punktami zaczernionymi) zgadzają się z ciągłą zmianą średnicy kropel, a wartość końcowa jest także mniejsza. Ten wynik jest bardzo ważny, ponieważ wielkość cząstek (kropel) istotnie oddziałuje na przepływ ciepła i rozchodzenie się zaburzeń. Rysunek 3 przedstawia wzrost temperatury kropel w czasie i ich odległość od wlotu przepływu poprzecznego, potwierdzając tym samym powyżej opisaną zależność od średnicy kropel. W modelu parowania Sommerfelda [2] zawsze uzyskuje się wyższe temperatury. Ten wynik jest spójny z wynikami przedstawionymi na rysunku 2, ponieważ mniejsze średnice odpowiadają większemu stosunkowi powierzchni do objętości, co jest bardziej korzystne w kontekście przepływu ciepła. Ten rezultat jest jeszcze bardziej wyrazisty blisko punktu wtrysku (przy $Z = 0,023$ m), w którym różnica temperatur między kroplami a otaczającym powietrzem jest większa.

Wpływ danych modeli parowania na rozchodzenie zaburzeń i rozkład wielkości kropel może być zilustrowany przy pomocy rysunku 4, na którym przedstawiono równoległy zapis torów kropel w pionowej płaszczyźnie symetrii ($X = 0$), i z którego wynika, że krople odpowiadające modelowi parowania Sommerfelda (punkty niezaczernione na wykresie) szybciej ulegają anomaliom pod wpływem przepływu krzyżowego, zajmując w konsekwencji wyższy poziom w kanale (tzn. większe wartości współrzędnej na osi Y). Ten efekt ma istotne znaczenie w kontekście systemów spalania strug rozpylanego paliwa, wskazując jednocześnie na fakt istnienia silnej zależności wyników badań od przyjętego modelu parowania i przyjętych założeń.

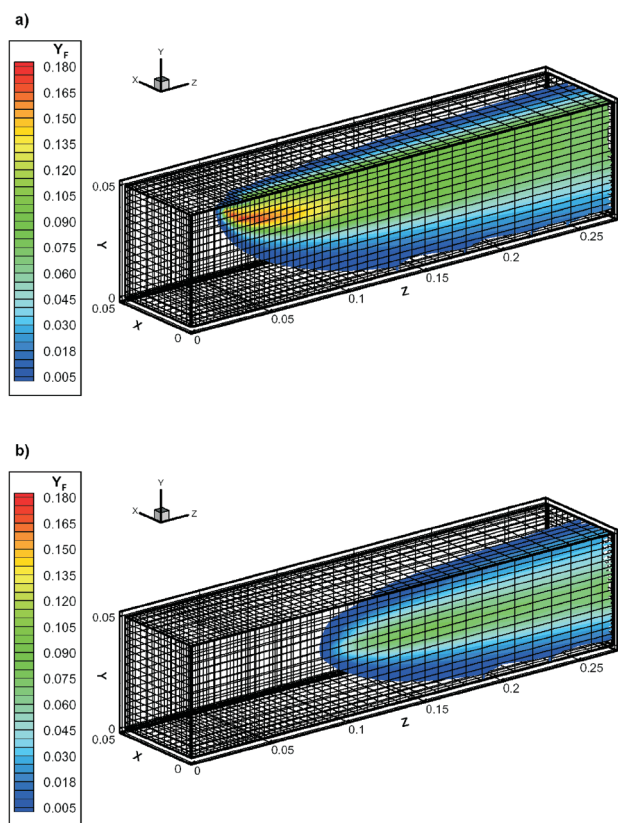
This effect is even more pronounced near the injection point (at $Z = 0.023$ m) when the temperature difference between the droplets and the surrounding air is larger.

The consequences of the models of evaporation on the turbulent dispersion and droplet size distribution can be further documented with the help of Fig. 4. This figure presents a parallel projection of the droplet trajectories in the vertical plane of symmetry ($X = 0$), and shows that the droplets that correspond to the Sommerfeld [2] model of evaporation (closed symbols) are more quickly deflected by the crossflow, and as a consequence have a higher position (Y coordinate greater) in the channel. This result is most relevant as far as spray combustion systems are considered, and indicate that the results may be strongly affected by the vaporization model assumptions made.



Rys. 4. Równoległy przebieg trajektorii kropel w pionowej płaszczyźnie symetrii ($X = 0$)

Fig. 4. Parallel projection of droplet trajectories in the vertical plane of symmetry ($X = 0$). Key: o – Chen and Pereira [1] model; • – Sommerfeld [2]



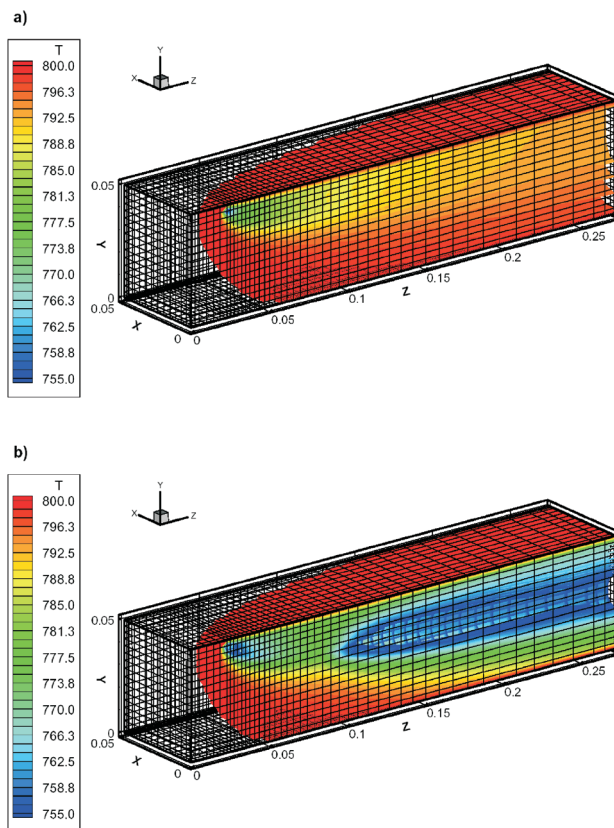
Rys. 5. Rozkład temperatury fazy gazowej: (a) wg modelu Sommerfelda [2]; (b) wg modelu Chena i Pereiry [1]

Fig. 5. Temperature distribution of the gaseous phase: (a) Sommerfeld [2] model; (b) Chen and Pereira [1] model

W trójwymiarowym układzie współrzędnych (rys. 5) przedstawiony został rozkład temperatury w fazie gazowej dla obu wzorów, ujawniając istnienie dwóch oddzielnych obszarów w przypadku zastosowania modelu Chena i Pereiry. W pierwszym obszarze umiejscowionym blisko punktu wtrysku paliwa gradienty temperatur są mniejsze oraz pojawia się małe parowanie (por. rys. 6).

Wnioski

W artykule zaprezentowano ujęcie Eulera/Lagrange'a w celu oszacowania parowania strugi paliwa wtrysniętego do przepływu krzyżowego. Ujęcie to umożliwiające badanie sposobu rozchodzenia się zaburzeń izotermicznych w układzie trzech współrzędnych zostało wykorzystane do badania parowania kropeł rozpylanego paliwa z zastosowaniem dwóch różnych modeli parowania, które były dotychczas stosowane z dobrym skutkiem. Średnica kropeł, temperatura i rozkład masy okazały się silnie zależne od użytych modeli parowania. Jednak do symulacji rzeczywistych systemów wtrysku są potrzebne nowe rozwiązania, które uwzględniałyby także ruch parujących kropeł. Również w celu lepszej oceny i poprawy modeli parowania są konieczne bardziej szczegółowe pomiary w układzie trzech współrzędnych.



Rys. 6. Rozkład masy fazy gazowej: (a) wg modelu Sommerfelda [2]; (b) wg modelu Chena i Pereiry [1]

Fig. 6. Mass fraction distribution of the gaseous phase: (a) Sommerfeld [2] model; (b) Chen and Pereira [1] model

Figure 5 shows a three-dimensional perspective of the temperature distribution of the gaseous phase for the two formulations revealing the existence of two separate regions when the model of evaporation of Chen and Pereira [1] is used. In the first region, which is located near the droplets injection point, the temperature gradients are smaller and little evaporation occurs (see Fig. 6).

Conclusion

A Eulerian/Lagrangian approach has been presented to calculate evaporating sprays through a crossflow. A method developed to study isothermal turbulent three-dimensional dispersion was extended to the case of an array of evaporating droplets, using two different evaporation models that have been used with apparent success by many researchers in the near past. Droplet diameter, temperature and mass fraction distributions were found to be strongly dependent on the evaporation models used. A new formulation that takes into account also the transport of the evaporating droplets needs to be developed if practical injection systems are to be simulated. Also, in order to better evaluate and to improve the vaporization models more detailed measurements of three-dimensional configurations are required.

Podziękowania

Prezentowana praca została zrealizowana w ramach działań Grupy Aerotermodinamicznej dla Centrum Nauk i Technologii Kosmicznych. Autor szczerze dziękuje portugalskiemu Ministerstwu Nauki za udzielenie wsparcia finansowego na przeprowadzenia badań, zgodnie z umową POCTI/32960/99.

Artykuł recenzowany

Acknowledgments

The present work has been performed in the scope of the activities of the AeroThermodynamics Group of the Center for Aerospace Sciences and Technology (UBI). The financial support of the Portuguese Ministry of Science under Contract n° POCTI/32960/99 is gratefully acknowledged.

Literatura/Bibliography

- [1] Sommerfeld M.: Analysis of Isothermal and Evaporating Sprays by Phase-Doppler Anemometry and Numerical Calculations. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, Vol. 19, 1998, pp.173-186.
- [2] Chen X.Q., Pereira J.C.F.: Numerical Prediction of Nonevaporating and Evaporating Fuels Sprays Under Nonreactive Conditions. *Atomization and Sprays*, Vol. 2, 1992, pp.427-443.
- [3] Bachalo: Injection, Dispersion and Combustion of Liquid Fuels. Twenty-Fifth Symposium (International) on Combustion. The Combustion Institute, 1994, pp. 333-344.
- [4] Faeth G.M.:Evaporation and Combustion of Sprays. *Prog. Energy Combust. Science*,Vol. 9, 1983, pp. 1-76.
- [5] Faeth G.M.: Mixing, Transport and Combustion in Sprays. *Prog. Energy Combust. Science*, Vol. 13, 1987, pp. 293-345.
- [6] Faeth G.M.: Spray Combustion Phenomena. Twenty-Sixth Symposium (International) on Combustion. The Combustion Institute, 1996/pp. 1593-1612.
- [7] Godsave G. A. E.: Studies of the Combustion of Drops in a Fuel Spray-the Burning of Single Drops of Fuel. Fourth Symposium (International) on Combustion. Williams & Wilkins, Baltimore, 1953, pp. 818-830.
- [8] Spalding D. B.: The Combustion of Liquid Fuels. Fourth Symposium (International) on Combustion. Williams & Wilkins, Baltimore, 1953, pp. 847-864.
- [9] Williams A.: Combustion of Droplets of Liquid Fuels, A Review. *Combustion and Flame*, Vol.21, 1973, pp. 1-31.
- [10] Faeth G. M.: Current Status of Droplet and Liquid Combustion. *Prog. Energy Combust. Science*, Vol. 3, 1977, pp. 191-224.
- [11] Law C. K.: Recent Advances in Droplet Vaporization and Combustion. *Prog. Energy Combust. Science*, Vol. 8, 1982, pp. 171-201.
- [12] Lefebvre A. H.: Atomization and Sprays. Hemisphere Pub. Co., New York, 1989.
- [13] Sirignano W. A.: Theory of Multi-component Fuel Droplet Vaporization. *Archives of Thermodynamics and Combustion*, Vol. 9, No. 2, 1978, pp. 231-247.
- [14] Bai C.X., Rusche H., Gosman: Modeling of Gasoline Spray Impingement. *Atomization and Sprays*, Vol. 12, pp. 1-27, 2002.
- [15] Arcoumanis C., Whitelaw D.S., Whitelaw J.S.: Gasoline Injection against Surfaces and Films. *Atomization and Sprays*, Vol. 7, pp.437-456, 1997.
- [16] Launder B.E., Spalding D.B.: The Numerical Computation of Turbulent Flows. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 3, 1974, pp. 269-289.
- [17] Barata J.M.M.: Jets in Ground Effect with a Crossflow. *AIAA Journal*, Vol. 36, No. 9, pp. 1737-1740, September 1998.
- [18] Leonard B.P.: A Stable and Accurate Convective Modeling Procedure Based on Quadratic Upstream Interpolation. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 19, No. 1, 1979, pp. 59-98.
- [19] Shuen J.S., Solomon A.S.P., Zhang Q.F., Faeth G.M.: Structure of a Particle-Laden Jets: Measurements and Predictions. *AIAA Journal*, Vol. 23, No. 3, pp. 396-404, 1985.
- [20] Lilley D.G.: Primitive Pressure-Velocity Code for the Computation of Strongly Swirling Flows. *AIAA Journal*, Vol. 14, No. 6, June 1976, pp. 749-756.
- [21] Lockwood F.C., Naguib A.S.: The Prediction of the Fluctuations in the Properties of Free, Round Jet, Turbulent, Diffusion Flames. *Combustion and Flame*, Vol. 24, February 1975, pp. 109-124.
- [22] Watson K.M.: Prediction of Critical Temperatures and Heats of Vaporization. *Ind. Eng. Chem.*, Vol. 23, No. 4, 1931, pp. 360-364.
- [23] Hubbard G.L., Denny V.E., Mills A.F.: *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol.16, 1973, pp.1003-1008.
- [24] Saparrow E.M., Gregg J.L.: *Trans. of ASME*, Vol. 80, 1958, pp. 879-886.
- [25] Shirolkar J. S., Coimbra C. F. M., Queiroz McQuay M.: Fundamentals Aspects of Modeling Turbulent Particle Dispersion in Dilute Flows. *Prog. Energy Combust. Science*, Vol. 22, 1996, pp. 363-399.
- [26] Shuen J.S., Chen L.D., Faeth G.M.: Evaluation of a Stochastic Model of Particle Dispersion in a Turbulent Round Jet. *AIChE Journal*, Vol. 19, Jan. 1983, pp.167-170.
- [27] Gosman A.D., Ioannides E.: Aspects of Computer Simulation of Liquid-Fueled Combustors. *AIAA Paper No. 81-0323*, AIAA 19th Aerospace Sciences Meeting, St. Louis, MO, 1981.
- [28] Ranz W.E., Marshall W.R. Jr.: Evaporation from Drops. *Chem. Eng. Prog.*, Vol. 48, 1952, pp. 141-173.
- [29] Spalding D.B.: A Novel Finite-Difference Formulation of Differential Expressions Involving both First and Second Derivatives. *Internal Journal of Numerical Methods in Engineering*, Vol. 4, 551 pp., 1972.
- [30] Barata J.M.M., Durão D.F.G., McGuirk J.J.: Numerical Study of Single Impinging Jets Through a Crossflow. *Journal of Aircraft*, Vol. 26, No. 11, 1989, pp. 1002-1008.

* Jorge Barata – Profesor zw., Wydział Nauk Astronautycznych, Uniwersytet Beira Interior, Bolama, Portugalia.

Prof. Jorge Barata – Full Professor, Aerospace Sciences Department, Univ. Beira Interior, Rua Marques Avila e Bolama, Portugal.

